

§1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ НОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Н.А. Галанина, Д.Д. Дмитриев

СИНТЕЗ БПФ НА ПЛИС С ПРИМЕНЕНИЕМ СИСТЕМЫ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ

***Аннотация.** Наличие у современных ПЛИС DSP-блоков и большого количества портов ввода/вывода позволяет с успехом синтезировать на них алгоритмы цифровой обработки сигналов. Система остаточных классов (СОК) подразумевает многопоточность вычислений и, таким образом, ПЛИС очень хорошо подходят для реализации алгоритмов с ее использованием, поскольку вычисления в каналах СОК происходят параллельно и независимо друг от друга. Известно, что ПЛИС – это микросхема, логика работы которой определяется не при ее создании, а задается посредством программирования в специализированных программных пакетах. Одной из таких сред является Quartus II. Большой интерес для разработчиков спецпроцессоров ЦОС представляет реализация БПФ с использованием СОК на ПЛИС Altera Cyclone II.*

В предлагаемой статье приведены результаты разработки конфигурационного файла для реализации БПФ в СОК на ПЛИС фирмы Altera Cyclone II в среде разработки Altera Quartus II с применением языка описания аппаратуры Verilog. Описана работа ПЛИС под управлением разработанного файла. Получены временные характеристики и оценены погрешности вычислений.

***Ключевые слова:** Программное обеспечение, ПЛИС, система остаточных классов, быстрое преобразование Фурье, дискретное преобразование Фурье, Verilog, Quartus II, конфигурационный файл, модуль СОК, вычет СОК*

Наличие у современных ПЛИС DSP-блоков и большого количества портов ввода/вывода позволяет с успехом синтезировать на них алгоритмы цифровой обработки сигналов. Система остаточных классов (СОК) подразумевает многопоточность вычислений и, таким образом, ПЛИС очень хорошо подходят для реализации алгоритмов с ее использованием, поскольку вычисления в каналах СОК происходят параллельно и независимо друг от друга. Известно, что ПЛИС – это микросхема, логика работы которой определяется не при ее создании, а задается посредством программирования в специализированных программных пакетах. Одной из таких сред является Quartus II. Большой

интерес для разработчиков спецпроцессоров ЦОС представляет реализация БПФ с использованием СОК на ПЛИС Altera Cyclone II.

Рассмотрим реализацию алгоритма БПФ с прореживанием по времени по основанию 4. В этом случае количество отсчетов сигнала должно быть равно степени четверки. Формула для вычисления k -ой гармоники имеет вид:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x(4n)e^{-i\frac{2\pi(4n)k}{N}} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x(4n+1)e^{-i\frac{2\pi(4n+1)k}{N}} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x(4n+2)e^{-i\frac{2\pi(4n+2)k}{N}} + \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x(4n+3)e^{-i\frac{2\pi(4n+3)k}{N}}.$$

Таким образом, вычисление каждой гармоники сводится к вычислению суммы $\frac{N}{4}$ — точечных ДПФ.

В качестве исходных данных берутся следующие параметры: количество точек входной последовательности – 16; число каналов СОК – 3; значения модулей – 47, 59, 61.

Необходимым условием однозначного восстановления результатов в позиционной системе счисления (ПСС) после обработки в СОК является вхождение всех полученных значений в пределы динамического диапазона системы, который определяется как произведение значений модулей всех каналов СОК. Рассматриваемый случай соответствует динамическому диапазону системы, определяемому как $D = 2 \cdot N \cdot x_{\max} \cdot w_{\max}$, где x_{\max} – максимальное значение входного отсчета, w_{\max} – максимальное значение коэффициента в подстановочной таблице, N – количество точек. Динамический диапазон, обеспечиваемый выбранными основаниями, равен 205143 и превышает требуемое значение $D = 2 \cdot 16 \cdot 255 \cdot 25 = 204000$.

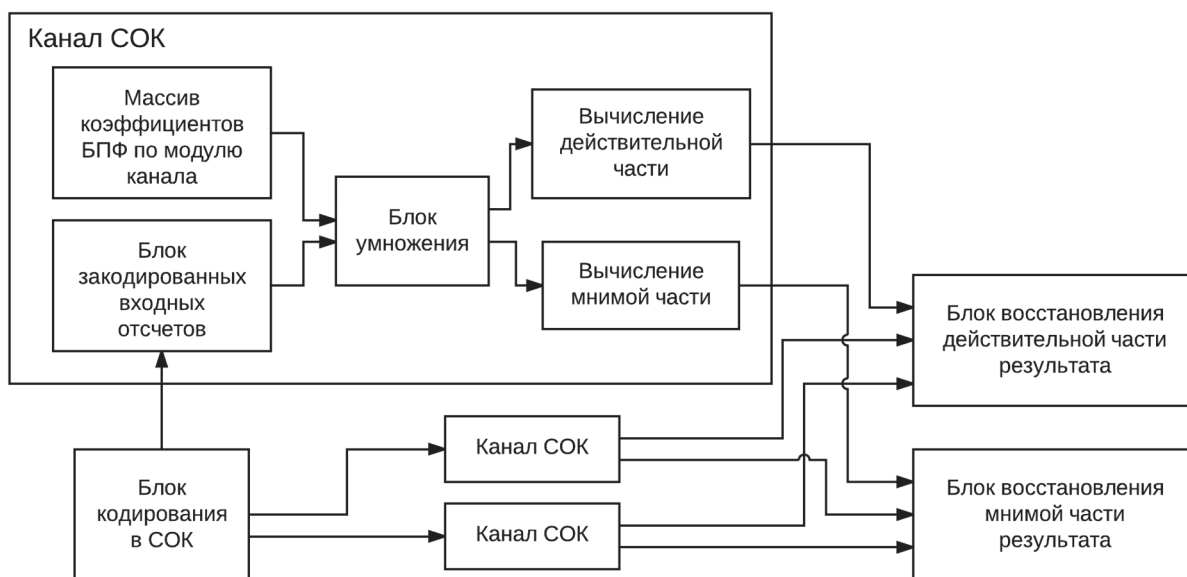


Рисунок 1 – Структурная схема конфигурационного файла в среде Quartus II

Математическое и программное обеспечение новых информационных технологий

Входные отсчеты представлены восьмиразрядными числами, которые поступают на вход блока кодирования в СОК. С его выхода снимаются вычеты по соответствующему модулю, поступающие затем в блоки памяти закодированных входных отсчетов. Для каждого канала СОК необходим свой массив закодированных входных отсчетов.

Каждый блок закодированных входных отсчетов, схема которого представлена на рисунке 2, состоит из четырех массивов, хранящих по четыре отсчета каждый. Прореживание входных отсчетов осуществляется с помощью управляющего сигнала «enable[3:0]», который определяет, в какой из четырех массивов должен попасть закодированный отсчет.

Поскольку значение шины адреса «addr» меняется только раз в четыре такта, то в первый такт отсчет попадет в нулевую ячейку первого массива. Следующий отсчет попадет в нулевую ячейку второго массива и т.д., пока все 16 отсчетов не будут полностью записаны.

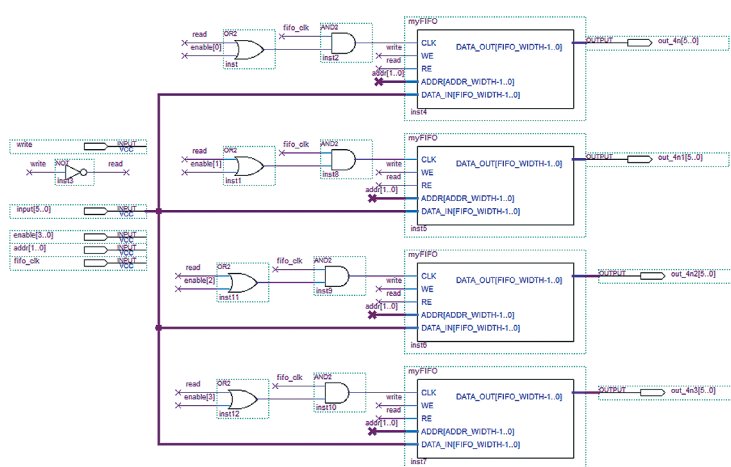


Рисунок 2 – Схема блока закодированных входных отсчетов в Quartus II

Коэффициенты $\frac{1}{\sqrt{n}} \cos\left(\frac{2\pi}{N} nk\right)$ и $\frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{2\pi}{N} nk\right)$ для вычисления БПФ хранятся в двух блоках памяти коэффициентов, каждый из которых содержит четыре массива. Эти коэффициенты хранятся в виде значений, взятых по модулю соответствующего канала. Каждый коэффициент имеет разрядность 6 бит со старшим знаковым битом. Поскольку в проекте используется целочисленная арифметика, значения коэффициентов $\frac{1}{\sqrt{n}} \cos\left(\frac{2\pi}{N} nk\right)$ и $\frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{2\pi}{N} nk\right)$ были умножены на 100 и округлены до целого числа. Таким образом, необходимо учитывать, что значения на выходе ПЛИС в 100 раз превышают реальные.

Блок умножения выполняет четырех-точечное ДПФ. На входы «in_4n*» блока поступают отсчеты из блока закодированных входных отсчетов и соответствующие значения коэффициентов из блока памяти коэффициентов, которые подаются на входы «cos_*» и «sin_*». На вход RNS подается значение модуля канала СОК.

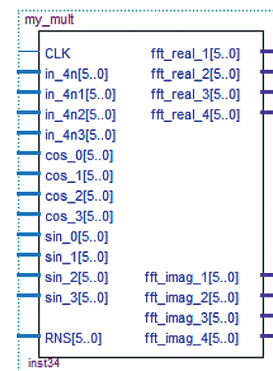


Рисунок 3 – Входы/выходы блока умножения

С выхода блока умножения снимаются восемь значений ДПФ, сумма первых четырех из которых образует действительную часть вычисленной гармоники для данного шага. Сумма оставшихся четырех значений образует мнимую часть вычисленной гармоники.

Перевод результата СОК в позиционный код с использованием метода ортогональных базисов происходит в блоках восстановления результата. Для восстановления действительной и мнимой частей используются два независимых блока восстановления.

Процесс вычисления ДПФ можно увидеть на временной диаграмме, показанной на рисунке 4. На рисунке 5 приведены результаты сравнения временных затрат на вычисление преобразования Фурье на сигнальном процессоре Analog Devices TigerSHARC и ПЛИС Altera Cyclone II.

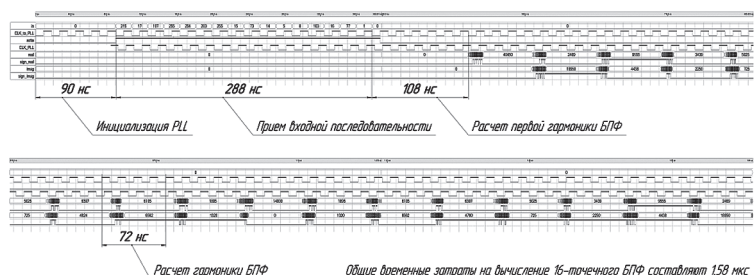


Рисунок 4 – Временная диаграмма процесса вычисления БПФ

Таким образом, во-первых, применение СОК позволяет увеличить скорость вычислений за счет меньшей разрядности чисел (по сравнению с входной последовательностью) в каждом из ее каналов.

Во-вторых, параллелизм СОК теоретически позволяет добиться требуемой высокой точности вычислений за счет вынесения одного или нескольких каналов СОК в отдельные ПЛИС. При этом временные затраты остаются теми же и зависят только от количества входных отсчетов.

В-третьих, реализация алгоритмов ЦОС на ПЛИС позволяет сократить стоимость разрабатываемого устройства. Так, ПЛИС Altera Cyclone II, обладая соизмеримой производительностью с TigerSHARC, имеет преимущество в цене порядка 11-12 раз.

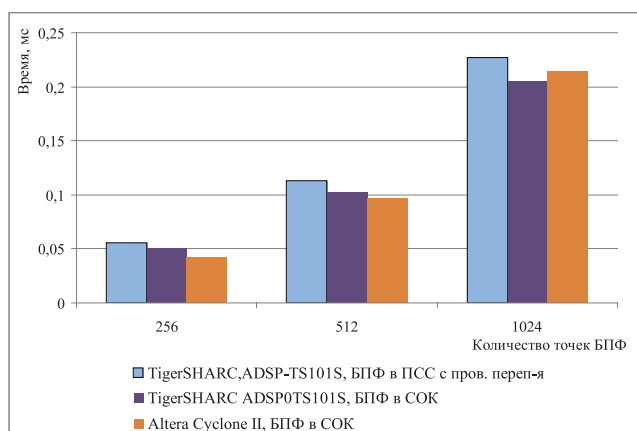


Рисунок 5 – Диаграмма сравнения временных затрат на вычисление преобразования Фурье на ПЛИС Cyclone II и DSP TigerSHARC

Список литературы:

1. *Акушский, И.Я.* Машинная арифметика в остаточных классах / *И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий.* – М.:Сов.радио, 1968. – 440 с.
2. *Arndt J.* Matters Computational. Ideas, Algorithms, Source Code. – 2011 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.jjj.de/fxt/#fxtbook> (дата обращения 08.04.2012).
3. *Галанина, Н.А.* Непозиционные алгоритмы и устройства цифровой фильтрации и спектрального анализа / *Н.А. Галанина.* – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009. – 208 с.
4. *Лебедев, Е.К.* Оптимальные алгоритмы БПФ в СОК / *Е.К. Лебедев, Н.А. Галанина* // Перспективные технологии в средствах передачи информации: сб. тезисов докл. I Междунар. конф. – Владимир: Изд-во Влад. политех. ун-та, 1995. – С. 118-119.

Библиография:

1. Акушский, И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.:Сов.радио, 1968. – 440 с.
2. Arndt J. Matters Computational. Ideas, Algorithms, Source Code. – 2011 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.jjj.de/fxt/#fxtbook> (дата обращения 08.04.2012).
3. Галанина, Н.А. Непозиционные алгоритмы и устройства цифровой фильтрации и спектрального анализа / Н.А. Галанина. – Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2009. – 208 с.
4. Лебедев, Е.К. Оптимальные алгоритмы БПФ в СОК / Е.К. Лебедев, Н.А. Галанина // Перспективные технологии в средствах передачи информации: сб. тезисов докл. I Междунар. конф. – Владимир: Изд-во Влад. политех. ун-та, 1995. – С. 118-119.

References (transliteration):

1. Akushskiy, I.Ya. Mashinnaya arifmetika v ostatochnykh klassakh / I.Ya. Akushskiy, D.I. Yuditskiy. – M.:Sov.radio, 1968. – 440 s.
2. Arndt J. Matters Computational. Ideas, Algorithms, Source Code. – 2011 [Elektronnyy resurs]. URL: <http://www.jjj.de/fxt/#fxtbook> (data obrashcheniya 08.04.2012).
3. Galanina, N.A. Nepozitsionnye algoritmy i ustroystva tsifrovoy fil'tratsii i spektral'nogo analiza / N.A. Galanina. – Cheboksary: Izd-vo Chuvash. un-ta, 2009. – 208 s.
4. Lebedev, E.K. Optimal'nye algoritmy BPF v SOK / E.K. Lebedev, N.A. Galanina // Perspektivnye tekhnologii v sredstvakh peredachi informatsii: sb. tezisov dokl. I Mezhdunar. konf. – Vladimir: Izd-vo Vlad. politekh. un-ta, 1995. – S. 118-119.